

Aktive Minderung der Schallabstrahlung schwingender Platten durch geeignete Beeinflussung der Schwingungsmoden

A. Jakob, M. Möser, Institut für Technische Akustik, TU Berlin, Einsteinufer 25, D-10587 Berlin

Einleitung Unter dem Begriff „Active Structural Acoustic Control - ASAC“ wird die aktive Beeinflussung der Schallabstrahlung von schwingenden Strukturen verstanden. I.a. wird dabei auf die Minimierung der von der Struktur abgestrahlten Schallleistung abgezielt. Es ist wohlbekannt, dass zwischen der aktiven Minimierung der Schallabstrahlung von Platten und der Minimierung der Plattenschwingung selbst in Bezug auf die dadurch hervorgerufene Lärminderung große Unterschiede bestehen können [1, 2, 3]. Insbesondere im Frequenzbereich unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz ist eine Minimierung der abgestrahlten Schallleistung der Minimierung des mittleren Schnellequadrates überlegen. Bei praktischen Anwendungen sind aber die erforderlichen Kontrollmikrofone oft störend. In diesem Artikel werden Verfahren anhand von Simulationsergebnissen diskutiert, die eine endliche Anzahl von Schwingungsmoden geeignet beeinflussen. Dabei wird auf die für die Schallabstrahlung wichtigen Intermodalterme besonders eingegangen und die unterschiedlichen Mechanismen, die bei der Schwingungsminimierung und der Abstrahlminimierung eine Rolle spielen, erläutert. Schließlich wird ein besonders für regelungstechnische Anwendungen interessanter Ansatz mit konstanten Intermodaltermen erläutert.

In diesem Artikel werden, um dessen Rahmen nicht zu sprengen, nur die theoretischen Prinzipien untersucht und auf die Entwicklung praxis-tauglicher Algorithmen bewusst verzichtet. Ansätze für Labor-taugliche Algorithmen sind in [3] zu finden.

Zur Erläuterung der grundlegenden Gleichungen sowie der Prinzipien bei der Minimierung (Abb. 2 und 3) wurde wegen der einfacheren Anschauung ein unendlich ausgedehnter, beidseitig unterstützter Plattenstreifen verwendet. Die simulierten Verbesserungsmaße (Abb. 1, 4, 5) wurden an einer rechteckigen allseitig unterstützten Platte gewonnen.

Grundlagen Die Schnelle des Plattenstreifens läßt sich als Summe über unendlich viele Moden darstellen

$$v(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \hat{v}_m \cdot \varphi_m(x), \quad (1)$$

worin $\varphi_m(x)$ die m -te Modenform beschreibt und \hat{v}_m deren (komplexe) Modalamplitude. Die abgestrahlte Schallleistung dieses Plattenstreifens kann gemäß

$$P = P_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \hat{v}_m \hat{v}_p^* \underbrace{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} V_m(k) V_p^*(k) d\vartheta}_{\text{Intermodalterme: } \Phi_{mp}} \quad (2)$$

aus einer Doppelsumme berechnet werden, worin die $V_m(k)$ die (örtlichen) Fouriertransformierten der Modenformen $\varphi_m(x)$ sind (k : Biegewellenzahl). Das Integral in (2) sind die sogenannten Intermodalterme, die hier mit Φ_{mp} bezeichnet werden. Bei der Minimierung der Plattenschwingung selbst ist es sinnvoll, das mittlere Schnellequadrat zu minimieren:

$$\overline{v^2} = \sum_{m=1}^{\infty} \hat{v}_m \hat{v}_m^* \stackrel{!}{=} \text{Min}. \quad (3)$$

Im Unterschied dazu lautet entsprechend Gl. (2) die Bedingung zur Minimierung der abgestrahlten Schallleistung

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \hat{v}_m \hat{v}_p^* \Phi_{mp} \stackrel{!}{=} \text{Min}. \quad (4)$$

Nun soll die abgestrahlte Schallleistung aus alleiniger Messung der Schwingungsverteilung minimiert werden, unter evtl. Verwendung von vorab bestimmten Abstrahlgraden bzw. Intermodaltermen. Es wird angenommen, dass die Modalamplituden \hat{v}_m ideal genau gemessen und ebenso die Intermodalterme Φ_{mp} bestimmt werden können.

Minimierung gewichteter Schwingungsmoden — „modale Minimierung“ Als erste Näherung wird die Doppelsumme in (4) zu einer Summe vereinfacht, indem die Intermodalterme für $m \neq p$ vernachlässigt werden. Diese im Folgenden „modale Minimierung“ genannte Minimierungsart, also

$$\sum_{m=1}^{\infty} \hat{v}_m \hat{v}_m^* \Phi_{mm} \stackrel{!}{=} \text{Min}, \quad (5)$$

entspricht im Wesentlichen einer Minimierung der mit ihren zugehörigen Abstrahlgraden gewichteten Modalamplituden, denn in der „Hauptdiagonalen“ der Matrix Φ stehen bis auf eine Gewichtung mit ω^2 und einem konstanten Faktor die Abstrahlgrade der jeweiligen Moden. Abb. 1 zeigt über der Frequenz gerechnete Pegeldifferenzen zwischen der abgestrahlten Schallleistung mit und ohne aktive Maßnahme, das sogenannte Verbesserungsmaß, für die drei Fälle (Schall-)Leistungsminimierung, Schnelleminimierung und modale Minimierung am Beispiel der Platte mit drei Sekundärkräften. Es zeigt sich, dass die modale Minimierung geringfügig besser ist als die Schnelleminimierung aber die hohen Verbesserungsmaße der Leistungsminimierung nicht erreichen kann.

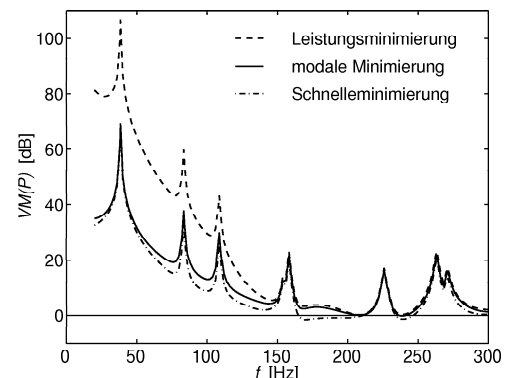


Abbildung 1: Vergleich der Verbesserungsmaße der abgestrahlten Schallleistung mit je drei Sekundärkräften.

Schallabstrahlung von Modenkombinationen Der nur geringe Erfolg der modalen Minimierung liegt in der bei diesem Verfahren nicht berücksichtigten gegenseitigen Beeinflussung der Schallabstrahlung der Moden, die durch die Intermodalterme beschrieben wird. Unterhalb der Koinzidenzgrenzfrequenz hängt die Abstrahlung nicht nur von der Stärke der an der Schwingung beteiligten Moden ab sondern auch von deren Phasenlage zueinander. Abb. 2 verdeutlicht diesen Sachverhalt am Beispiel zweier Moden des Plattenstreifens (vgl. [1, 3]). Die gefundenen Ergebnisse lassen sich unter Beachtung nur weniger Besonderheiten recht einfach auf eine allseitig unterstützte Platte übertragen. Die Anregungsfrequenz ist so gewählt, dass die Luftschallwellenlänge 10 mal größer als die Strahlerabmessung ist. Je nach Amplitudenverhältnis und Phasenlage der beiden Moden ist die Schallabstrahlung unterschiedlich. Insbesondere ist ein lokales Minimum auszumachen. Dort beeinflussen sich

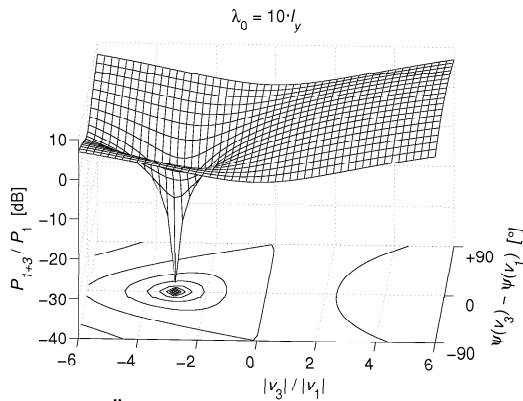


Abbildung 2: Änderung der abgestrahlten Schalleistung bei Überlagerung zweier Moden in Abhängigkeit von deren Betragsverhältnis und Phasendifferenz zueinander.

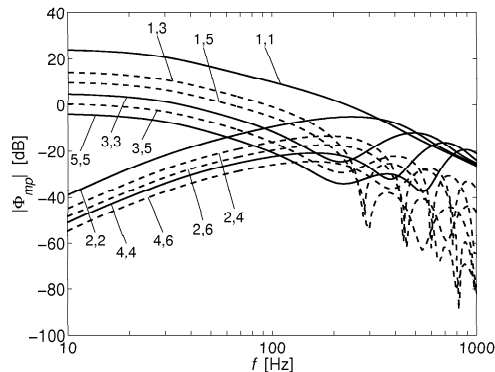


Abbildung 3: Betsragsfrequenzgänge der Intermodalterme Φ_{mp}

die Moden derart, dass eine starke gegenseitige Reduktion der Abstrahlung resultiert.

Berücksichtigung der Intermodalterme Abb. 3 zeigt über der Frequenz die Beträge der Intermodalterme des Plattenstreifens. Die durchgezogenen Linien entsprechen dabei den schon erwähnten Abstrahlgraden der Moden. Es ist klar zu erkennen, dass im Frequenzbereich weit unterhalb der Koinzidenzfrequenz der Einfluss der Intermodalterme außerhalb der Hauptdiagonalen teilweise größer ist als der der Terme auf dieser. Oberhalb der Koinzidenzfrequenz sinkt deren Einfluss und die Terme auf der Hauptdiagonalen dominieren.

Nun wird untersucht, wie weit sich mit einer endlichen Anzahl berücksichtigter Intermodalterme eine Steigerung des Verbesserungsmaßes erzielen lässt. Abb. 4 zeigt die Ergebnisse, wenn Moden (und deren Intermodalterme) mit bis zu M bzw. N Schwingungsbäuchen je Richtung der allseitig unterstützten Platte in die Minimierung einfließen. Es ist klar zu erkennen, dass die Berücksichtigung der Moden bis zur Ordnung 2 — also die (1,2)-, (2,1)- und (2,2)-Moden — nicht viel bringt, weil sich nur Moden mit gleichartigem (geradem oder ungeradem) Index gegenseitig in der Abstrahlung beeinflussen. Erst die Moden (1,3), (3,1), (3,3) sind in der Lage der in diesem Frequenzbereich an der Abstrahlung dominierenden (1,1)-Mode entgegenzuwirken, und die erzielte Steigerung ist folglich erheblich.

Konstante Intermodalterme Abschließend wird noch ein Ansatz zum Entwurf von Feedback-Reglern zur aktiven Minderung der Schallabstrahlung vorgeschlagen. Bei der aktiven Schwingungsminderung werden seit vielen Jahren die klassischen Methoden der Regelungstechnik angewendet. Eine gängige Kostenfunktion zum Entwurf von sogenannten Linear-Quadratic-Gaussian-(LQG)-Reglern (Zustandsregler mit Kalman-Zustandsbeobachter) lautet unter Vernachlässigung einer evtl. Stellgrößenbeschränkung

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{x}(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Die Vektoren \mathbf{x} enthalten die Zustandsgrößen des Systems, die im Falle einer schwingenden Struktur deren Modalamplituden

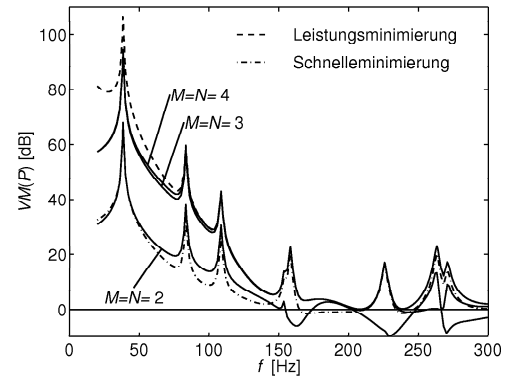


Abbildung 4: Zur Minimierung mit Berücksichtigung endlich vieler Intermodalterme.

— Schnelle und Auslenkung — sein können (vgl. z.B. [4, 5]). Die konstante Matrix \mathbf{Q} , die als Reglerentwurfsparameter dient, wird bei der Schwingungsminderung so gewählt, dass die Summe aus kinetischer und potentieller Energie der Moden minimiert wird [4]. Zur Abstrahlminimierung könnte \mathbf{Q} die Intermodalterme geeignet enthalten. Da \mathbf{Q} aber im Gegensatz zu den Intermodaltermen Φ_{mp} frequenzunabhängig ist, wird hier untersucht, ob die Minimierung mit einer endlichen Anzahl an Intermodaltermen auch mit frequenzunabhängigen Intermodaltermen gelingen kann. Aus Abb. 3 ist ersichtlich, dass unterhalb der Koinzidenzfrequenz die Kurven zumindest gruppenweise parallel verlaufen: Die Verhältnisse der Intermodalterme sind (jeweils für gerade und ungerade Moden) im tieffrequenten Bereich konstant. Für die Minimierung sind aber nicht die absoluten Größen dieser Terme sondern nur deren Verhältnisse untereinander entscheidend.

In Abb. 5 wurden wieder wie in Abb. 4 eine endliche Anzahl an Intermodaltermen berücksichtigt, die diesmal aber noch über der Frequenz konstant gehalten wurden. Quasi als Grundlage für die konstanten Intermodalterme wurden einmal die Werte bei ersten Resonanz (38Hz) gewählt und einmal die Werte zwischen der zweiten und dritten Resonanz bei 100Hz.

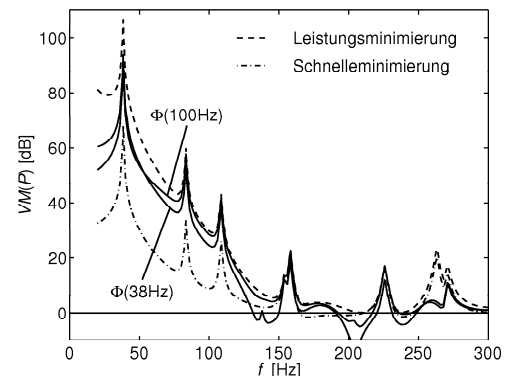


Abbildung 5: Zur Minimierung mit frequenzunabhängigen Intermodaltermen, $M = N = 3$.

Literatur

- [1] A. Jakob and M. Möser. Aktive Minimierung der Schallabstrahlung von schwingenden Platten. In *DAGA 97*, 1997.
- [2] A. Jakob and M. Möser. Aktive Minimierung der Schallabstrahlung schwingender Platten durch Beschleunigungsmessungen. In *DAGA 98*, 1998.
- [3] A. Jakob. *Aktive Minderung der Schallabstrahlung schwingender Platten*. Dissertation, Technische Universität Berlin, 1999. Erschienen in: Fortschritt-Berichte VDI Reihe 11 Nr. 280, VDI Verlag.
- [4] M.J. Balas. Feedback control of flexible systems. *IEEE Transactions of Automatic Control*, ac-23(4):673–679, 1978.
- [5] C.R. Fuller, S.J. Elliott, and P.A. Nelson. *Active Control of Vibration*. Academic Press, 1996.